

수학II 삼차함수 그래프 개형 2 (실근의 개수) 학번, 이름 :

삼차방정식  $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$  은 복소수 범위에서 세 개의 근을 갖는다. 삼차함수의 극값의 부호를 이용하여 삼차방정식의 실근의 개수를 구해 보자. (교과서 91쪽 문제3)

극대, 극소를 모두 갖는 삼차함수  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  에 대하여 다음이 성립한다.

1)  $a > 0$ 인 경우

↘ N E N

	1 (극댓값) × (극솟값) < 0	2 (극댓값) × (극솟값) = 0		3 (극댓값) × (극솟값) > 0	
	$(극대) < 0, (극소) > 0$	$(극대) = 0, (극소) < 0$	$(극대) > 0, (극소) = 0$	$(극대), (극소) : ⊕$	$(극대), (극소) : ⊖$
$y = f(x)$ 의 그래프개형					
방정식 $f(x) = 0$ 의 근 판별	서로 다른 세 실근 $(\alpha, \beta, \gamma)$	서로 다른 두 실근 $(\alpha, \beta)$ 중간 근	서로 다른 두 실근 $(\alpha, \beta)$ 중간 근	한 실근 $(\alpha)$ , 서로 다른 두 허근	한 실근 $(\alpha)$ , 서로 다른 두 허근

2)  $a < 0$ 인 경우

	1 (극댓값) × (극솟값) < 0	2 (극댓값) × (극솟값) = 0		3 (극댓값) × (극솟값) > 0	
	$(극대) < 0, (극소) > 0$	$(극대) = 0, (극소) < 0$	$(극대) > 0, (극소) = 0$	$(극대), (극소) : ⊕$	$(극대), (극소) : ⊖$
$y = f(x)$ 의 그래프개형					
방정식 $f(x) = 0$ 의 근 판별	서로 다른 세 실근 $(\alpha, \beta, \gamma)$	서로 다른 두 실근 $(\alpha, \beta)$ 중간 근	서로 다른 두 실근 $(\alpha, \beta)$ 중간 근	서로 다른 한 실근 $(\alpha)$ , 서로 다른 두 허근	서로 다른 한 실근 $(\alpha)$ , 서로 다른 두 허근

※ (교과서91쪽 문제2) 방정식  $x^3 + 6x^2 + 9x - 2 + a = 0$ 이 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 상수  $a$ 의 범위를 구하시오.

$2+a$ 를 이항하면 주어진 방정식은  $x^3 + 6x^2 + 9x = 2-a$  이다.  $f(x) = x(x+3)^2$ 이므로 그래프를 그리고 비율관계 1:2를 적용하면,  $(극대) = f(-1) = -4$

$y = f(x)$ 의 그래프를 그려서  $y = 2-a$ 가  $f(x)$ 와 서로 다른 세 실근을 가지려면  $상한선 y = 2-a$  그래프가 극대점, 극소점 사이를 지나야 하므로,

$(극대) < 2-a < (극소)$   
 $\therefore -4 < 2-a < 0$   
 $a < 6$        $a > 2$   
 $\therefore \boxed{2 < a < 6}$