2026. 1학기. 학교연합 공동교육과정 고급수학I	학교:
01. [벡터] 벡터의 뜻	이름:

학습목표: 벡터의 뜻을 알고, 벡터의 덧셈, 뺄셈, 실수배를 할 수 있다.

물건의 무게, 건물의 높이, 자동차의 속력 등은 하나의 실수로 그 양을 나타낼 수 있다. 그러나 물체에 작용하는 힘이나 물체가 움직이는 속도, 가속도 등은 크기뿐만 아니라 그것이 작용하는 방향도 함께 밝혀 주어야 그 양을 나타낼 수 있다. 이처럼 크기만 갖는 양을 **스칼라**, 크기와 방향을 함께 가지는 양을 **벡터**라 한다.

정의	스칼라, 벡터
________ : _____만 갖는 양 ________ : _____와 _______을 함께 갖는 양	

점 A에서 점 B로 향하는 화살표를 이용하여 벡터를 나타낼 수 있다.

정의	벡터 $\overrightarrow{AB}$ 의 시점, 종점, 크기
벡터는 점 A에서 점 B로 향하는 화살표를 사용하여 나타내고 이 벡터를 기호로 ________와 같이 나타낸다. – 벡터 $\overrightarrow{AB}$의 ______: __________의 길이 – 벡터 $\overrightarrow{AB}$의 _____: 점____, 벡터 $\overrightarrow{AB}$의 _____: 점____	

벡터를 한 문자로 나타낼 때는 기호로

$$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \cdots$$

와 같이 나타내고, 벡터 $\vec{a}$의 크기는 ___와 같이 나타낸다.

정의	단위벡터
크기가 ___ 인 벡터를 __________라고 한다.	

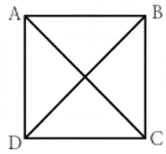
벡터는 평면, 공간에서 모두 생각할 수 있으며 평면과 공간에서의 벡터를 구별할 필요가 있을 때에는 이들을 각각 **평면벡터**, **공간벡터**라고 한다.

문제1 | 단위벡터

그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 $ABCD$에 대해, 물음에 답하여라.

(1) 단위벡터를 2개 이상 구하시오.

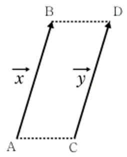
(2) 벡터 $\overrightarrow{AC}$의 크기를 구하시오.



정의 | 서로 같은 벡터

두 벡터 $\vec{x} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{y} = \overrightarrow{CD}$가 서로 같다

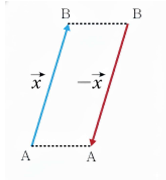
$\Leftrightarrow$ 두 벡터의________와 _________이 모두 같다.



정의 | 벡터 $-\overrightarrow{AB}$

벡터 $-\overrightarrow{AB}$: 벡터 $\overrightarrow{AB}$와 _______는 같고, _______이 반대인 벡터.

즉, $-\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{\quad\quad}$ 이다.

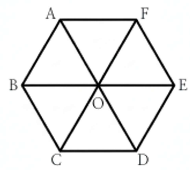


문제2 |

오른쪽 정육각형 $ABCDEF$에서 다음 벡터를 모두 구하여라.

(1) $\overrightarrow{AF}$와 같은 벡터

(2) $\overrightarrow{OD}$와 크기는 같고 방향이 반대인 벡터

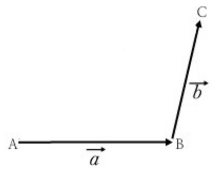


다항식끼리 덧셈, 뺄셈, 실수배 등의 연산을 할 수 있듯이 벡터끼리 또한 덧셈, 뺄셈, 실수배 등의 연산을 할 수 있다. 벡터의 덧셈은 아래와 같이 정의한다.

정의	벡터의 덧셈
두 벡터 $\vec{x} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{y} = \overrightarrow{BC}$에 대해, $\vec{x} + \vec{y} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} =$ ________	

이를 평면벡터로 나타내면 아래와 같다.

1) 벡터의 덧셈 방법1 (삼각형법)



2) 벡터의 덧셈 방법2 (평행사변형법)

정리	벡터의 덧셈에 대한 연산법칙
세 벡터 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$에 대하여 다음이 성립한다. (1) (벡터 덧셈에 대한 교환법칙) ______________________________ (2) (벡터 덧셈에 대한 결합법칙) ____	

[증명]

(1) 평행사변형 $OABC$에서 $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$일 때,

$\vec{a} + \vec{b} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} =$ _______.

그리고, $\vec{b} + \vec{a} =$ __________________. 따라서, 교환법칙이 성립한다.

(2)

정의	영벡터
벡터 $\overrightarrow{AA}$와 같이 ______과 ________이 일치하는 벡터를 __________라고 하고, 기호로는 _______와 같이 나타낸다. 이 때, 영벡터의 크기는 ____이고, 그 방향은 생각하지 않는다.	

일반적으로 임의의 벡터 $\vec{a}$와 영벡터에 대해 다음이 성립한다.

정리	영벡터와 벡터의 덧셈

(1) $\vec{a}+\vec{0}=\vec{0}+\vec{a}=\vec{a}$

(2) $\vec{a}+(-\vec{a})=(-\vec{a})+\vec{a}=\vec{0}$

벡터의 뺄셈은 다음과 같이 정의한다.

정의	벡터의 뺄셈

두 벡터 $\vec{a}=\overrightarrow{OA}, \vec{b}=\overrightarrow{OB}$에 대하여,

$\vec{a}-\vec{b}=$ ________+________

즉, $\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{\quad\quad}$.

벡터의 실수배는 다음과 같이 정의한다.

정의	벡터의 실수배

영벡터가 아닌 벡터 $\vec{a}$ 및 실수 k에 대하여, 벡터 $k\vec{a}$는 다음과 같다.

1) $k>0$이면, $\vec{a}$와 방향이 같고 크기가 $k|\vec{a}|$ 인 벡터이다.

2) $k<0$이면, $\vec{a}$와 방향이 ______이고, 크기가 $k|\vec{a}|$ 인 벡터이다.

3) $k=0$이면, ______이다.

또한, 임의의 실수 k에 대해, $k\vec{0}=\vec{0}$이다.

벡터의 실수배 연산에 대해 일반적으로 다음이 성립한다.

정리	벡터의 실수배에 대한 성질

실수 k, l, 벡터 $\vec{a}, \vec{b}$에 대해 다음이 성립한다.

(1) (벡터 실수배에 대한 결합법칙) ______________________________

(2) (벡터 실수배에 대한 분배법칙) ______________________________

(3) (벡터 실수배에 대한 분배법칙) ______________________________

지금까지 배운 벡터 덧셈, 뺄셈, 실수배에 관한 성질들을 바탕으로 아래와 같이 벡터 식을 간단히 할 수 있다.

문제3	
$3(\vec{a}+2\vec{b})-(4\vec{a}-\vec{b})$를 간단히 하여라	

2026. 1학기. 학교연합 공동교육과정 고급수학I	학교:
02. [벡터] 위치벡터	이름:

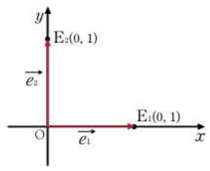
학습 목표: 평면과 공간에서 위치 벡터의 뜻을 알고, 벡터와 좌표의 대응을 이해할 수 있다.

평면 또는 공간에서 한 점 O를 시점으로 정하면 임의의 점 P에 대해 벡터 $\overrightarrow{OP}=\vec{p}$인 벡터 $\vec{p}$는 오직 하나로 정해진다. 이를 위치벡터라고 아래와 같이 정의한다.

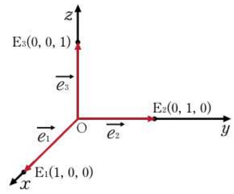
정의	위치벡터
점 O를 시점으로 하는 벡터 $\overrightarrow{OP}$를 점 O에 대한 점 P의 ____________라고 한다. 일반적으로 위치 벡터의 시점 O는 좌표 평면 또는 좌표 공간의 ______으로 잡는다.	

위치벡터를 이용하면 평면 또는 공간 상에서의 벡터를 조금 더 쉽게 다룰 수 있다.

평면 상의 두 점 $E_1(1,0), E_2(0,1)$에 대해 위치 벡터 $\overrightarrow{OE_1}, \overrightarrow{OE_2}$를 각각 단위벡터 $\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}$로 나타낸다.



공간 상의 세 점 $E_1(1,0,0), E_2(0,1,0)$, $E_3(0,0,1)$에 대해 위치 벡터 $\overrightarrow{OE_1}, \overrightarrow{OE_2}, \overrightarrow{OE_3}$를 각각 단위벡터 $\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}, \overrightarrow{e_3}$로 나타낸다.



단위벡터 $\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}$를 이용하여 아래와 같이 벡터의 성분을 정의할 수 있다.

정의	평면벡터의 성분
좌표평면 상의 점 $A(a_1,a_2)$에 대해, 위치벡터 $\vec{a}=\overrightarrow{OA}$에 대해 아래가 성립한다. $\vec{a}=\qquad\qquad=(\quad,\quad)$ 이 때, 실수 a_1, a_2를 벡터 $\vec{a}$의 _______이라고 한다. (a_1: $\vec{a}$의 _________, a_2: $\vec{a}$의 _________)	

정의	공간벡터의 성분
좌표공간 상의 점 $A(a_1,a_2,a_3)$에 대해, 위치벡터 $\vec{a}=\overrightarrow{OA}$에 대해 아래가 성립한다. $\vec{a}=\qquad\qquad=(\quad,\quad,\quad)$ 이 때, 실수 a_1, a_2, a_3를 벡터 $\vec{a}$의 __________이라고 한다. (a_1: $\vec{a}$의 _________, a_2: $\vec{a}$의 _________, a_3 : $\vec{a}$의 __________)	

(예) 아래 벡터의 성분을 구하시오.
$\vec{a} = \overrightarrow{OA}$ (단, $A = (3,5)$)

(예) 벡터 $\vec{x} = (1,-3)$를 좌표평면 상에 화살표로 나타내시오.

정리	두 평면벡터가 서로 같을 조건
$\vec{a} = (a_1, a_2)$, $\vec{b} = (b_1, b_2)$일 때, $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow$ ____________________.	

정리	두 공간벡터가 서로 같을 조건
$\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$, $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$일 때, $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow$ ___________________________.	

평면벡터의 연산을 아래와 같이 성분을 이용해 쉽게 할 수 있다.

정리	평면벡터의 성분에 따른 연산
$\vec{a} = (a_1, a_2)$, $\vec{b} = (b_1, b_2)$일 때, ① $\vec{a} + \vec{b} =$ ② $\vec{a} - \vec{b} =$ ③ $k\vec{a} =$ (단, k는 실수)	

공간벡터의 연산도 비슷하게 성립한다.

문제1	
$\vec{a} = (2,1)$, $\vec{b} = (-1,3)$일 때, 벡터 $\vec{c} = (3,5)$를 $m\vec{a} + n\vec{b}$의 형태로 나타내어라.	

2026. 1학기. 학교연합 공동교육과정 고급수학I	학교:
03. [벡터] 벡터의 내적과 외적	이름:

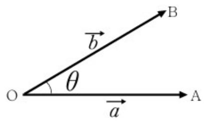
학습목표: 벡터의 내적, 외적의 뜻을 알고 이를 활용할 수 있다.

영벡터가 아닌 두 벡터 $\vec{a}, \vec{b}$의 내적을 다음과 같이 정의한다.

정의	벡터의 내적

영벡터가 아닌 두 벡터 $\vec{a}, \vec{b}$가 이루는 각의 크기가 θ $(0 \le \theta \le \pi)$일 때,

두 벡터 $\vec{a}, \vec{b}$의 내적 : ____________ = ____________________________.



또, $\vec{a} = \vec{0}$ 또는 $\vec{b} = \vec{0}$일 때는 ________________으로 정한다.

문제1	

$|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$인 두 벡터 $\vec{a}, \vec{b}$가 이루는 각의 크기가 다음과 같을 때, $\vec{a} \cdot \vec{b}$의 값을 구하여라.

(1) 0 (2) $\dfrac{\pi}{3}$

내적의 정의 뿐 아니라, 벡터의 성분을 이용하여 벡터의 내적을 구하는 방법이 있다.

정리	벡터의 성분을 이용하여 내적 구하기

① $\vec{a}=(a_1,a_2)$, $\vec{b}=(b_1,b_2)$일 때,

$\vec{a} \cdot \vec{b}=$ ______________________

② $\vec{a}=(a_1,a_2,a_3)$, $\vec{b}=(b_1,b_2,b_3)$일 때,

$\vec{a} \cdot \vec{b}=$ ___________________________________

(증명)

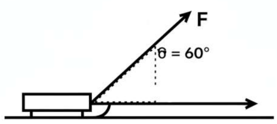
문제2	

두 벡터 $\vec{a} = (2, -1)$, $\vec{b} = (k,6)$에 대하여 $\vec{a} \cdot \vec{b}=0$이 되도록 하는 실수 k의 값을 구하여라.

정리	두 벡터가 이루는 각의 크기
두 벡터 $\vec{a}, \vec{b}$가 이루는 각의 크기를 $\theta\,(0 \le \theta \le \pi)$라 하면, $\cos\theta =$	

문제3	
두 벡터 $\vec{a}=(1,0,-1), \vec{b}=(2,2,-1)$가 이루는 각 θ의 크기를 구하여라. (단, $0 \le \theta \le \pi$)	

문제4	
철수가 썰매에 끈을 묶고 어깨에 메고 바닥과 60° 의 각도를 유지하며 $20\,N$의 일정한 힘으로 당긴다. 썰매가 $10\,\mathrm{m}$ 앞으로 이동했을 때, 철수가 썰매가 앞으로 이동하는 데 쓴 일은 얼마인가? 참고: 일의 양 W, 힘의 크기 F, 이동거리 s $\Rightarrow$ W = Fs	



정리	벡터의 내적과 수직·평행 조건
영벡터가 아닌 두 벡터 $\vec{a}, \vec{b}$에 대하여, ① (수직 조건) $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow$ ________________ ② (평행 조건) $\vec{a} \parallel \vec{b} \Leftrightarrow$ ______________________________	

(증명)

수학적 유용성	
벡터의 내적이 필요한 이유를 자유롭게 설명해 보세요.	

벡터의 내적 또한 덧셈, 뺄셈과 같이 하나의 잘 정의된 연산으로서 아래와 같이 연산법칙이 성립한다.

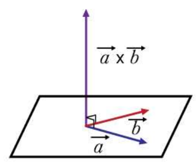
정리	벡터의 내적에 대한 성질
세 벡터 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$와 실수 k에 대하여, ① (교환법칙) $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _________ ② (분배법칙) $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) =$ ________________________ $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} =$ _________________________ ③ (결합법칙) $(k\vec{a}) \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot (k\vec{b}) =$ ______________________	

좌표공간에서 두 벡터 $\vec{a}=(a_1,a_2,a_3)$, $\vec{b}=(b_1,b_2,b_3)$의 외적을 다음과 같이 정의한다.

정의	벡터의 외적
일반적으로 두 공간벡터 $\vec{a}=(a_1,a_2,a_3)$, $\vec{b}=(b_1,b_2,b_3)$에 대하여, $\vec{a}, \vec{b}$의 _______:_____________ =____.	

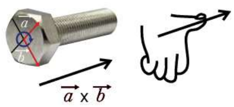
[참고](사루스의 법칙(Sattus' rule))

문제5	
두 벡터 $\vec{a}=(1,2,2)$, $\vec{b}=(3,2,-1)$의 외적 $\vec{a}\times\vec{b}$을 구하여라.	

문제6	
두 벡터의 외적 $\vec{a}\times\vec{b}$이 두 벡터 $\vec{a}, \vec{b}$ 모두에 각각 수직임을 보이시오.	

문제7	
임의의 공간벡터 $\vec{a}$에 대해, $\vec{a}\times\vec{a}=\vec{0}$임을 보여라.	

정리	벡터의 외적의 크기
두 공간벡터 $\vec{a}=(a_1,a_2,a_3)$, $\vec{b}=(b_1,b_2,b_3)$가 이루는 각을 θ(단, $0 \le \theta \le \pi$)라 할 때, $\lvert\vec{a}\times\vec{b}\rvert=$ ______________________________ 이다. 따라서, 이는 두 변의 길이가 각각 ______, ______이고 그 끼인각의 크기가 _____인 __________________ 의 넓이와 같다.	

정리	벡터의 외적의 방향 (오른손법칙)
영벡터가 아닌 두 공간벡터 $\vec{a}, \vec{b}$의 외적 $\vec{a}\times\vec{b}$의 방향은 벡터 $\vec{a}$에서 벡터 $\vec{b}$의 방향으로 오른나사를 돌렸을 때 나사가 진행하는 방향이다. 	

(증명)