2026. 1학기. 학교연합 공동교육과정 고급수학I	학교:
04. [도형의 방정식] 평면에서 직선과 원의 방정식	이름:

학습목표: 평면에서 벡터를 이용하여 직선과 원의 방정식을 나타낼 수 있다.

평면에서 직선의 방정식을 벡터와 매개변수를 각각 이용하여 표현해 보자.

정리 | 직선의 방정식 (1)

점 $A(x_1,y_1)$을 지나고, 영벡터가 아닌 벡터 $\vec{u}=(a,b)$에 평행한 직선 위의 점을 $P(x,y)$라 하면, 그 직선의 방정식은 다음과 같다.

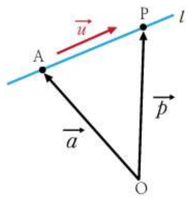
①________로 나타낸 직선의 방정식

$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{OP}=\vec{p}$라고 하면, ____________________________

(단, t는 실수)

② ____________로 나타낸 직선의 방정식

$\begin{cases} x= \\ y= \end{cases}$ (단, t는 실수)



정의 | 직선의 방향벡터

점 $A(x_1,y_1)$을 지나고, 영벡터가 아닌 벡터 $\vec{u}=(a,b)$에 평행한 직선을 l이라 할 때, 벡터 $\vec{u}$를 직선 l의 ____________라 한다.

문제

점 $(3,-1)$을 지나고 방향벡터가 $\vec{u}=(5,2)$인 직선에 대해 다음을 구하시오.

(1) 벡터로 나타낸 직선의 방정식

(2) 매개변수 t로 나타낸 직선의 방정식

한편, 매개변수 t를 소거하여 새로운 직선의 방정식을 얻을 수 있다.

정리	직선의 방정식(2)
① 점 $A(x_1,y_1)$을 지나고, 벡터 $\vec{u}=(a,b)$에 평행한 직선의 방정식은 i) $ab \neq 0$인 경우 : ________ = ________ ii) $a=0$인 경우: iii) $b=0$인 경우: ② 두 점 $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$를 지나는 직선의 방정식은 (단, $x_1 \neq x_2, y_1 \neq y_2$)	

문제	
좌표 평면에서 점 $A(3,\ -7)$을 지나고, 직선 $\dfrac{x-1}{6}=\dfrac{y+5}{-3}$와 평행한 직선의 방정식을 구하여라.	

이제는 좌표 평면 위에서 한 점을 지나고 주어진 벡터에 수직인 직선의 방정식을 구하려 한다.

정의	직선의 법선벡터
점 $A(x_1,y_1)$을 지나고, 영벡터가 아닌 벡터 $\vec{n}$에 수직인 직선을 l이라 할 때, 벡터 $\vec{n}$를 직선 l의 ____________라 한다.	

주어진 벡터에 수직인 직선의 방정식을 구해 보자.

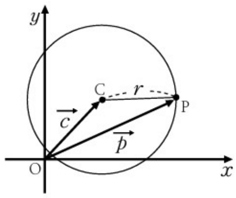
정리	주어진 벡터에 수직인 직선의 방정식
점 $A(x_1,y_1)$을 지나고, 영벡터가 아닌 벡터 $\vec{n}=(a,b)$에 수직인 직선 위의 점을 $P(x,y)$라 하면, 그 직선의 방정식은 다음과 같다. ① 벡터로 나타낸 직선의 방정식 $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{OP}=\vec{p} \Rightarrow$ ________________________________ ② 음함수로 나타낸 직선의 방정식 ________________________________	

평면에서 원의 방정식을 아래와 같이 벡터를 이용하여 나타낼 수 있다.

정리	벡터로 나타낸 원의 방정식

원의 중심 C와 원 위의 임의의 점 P의 위치 벡터를 각각 $\vec{c}, \vec{p}$라 할 때, 반지름의 길이가 r인 원의 방정식을 벡터로 나타내면 다음과 같다.

$\underline{\hspace{6cm}}$ $\Leftrightarrow$ $\underline{\hspace{10cm}}$



문제	

좌표 평면에서 원점 O와 정점 A, 동점 P가 있다. $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{OP}=\vec{x}$라고 할 때, $|\vec{x}-\vec{a}|=7$ 만족시키는 점 P는 어떤 도형 위의 점인지 말하여라.

2026. 1학기. 학교연합 공동교육과정 고급수학I	학교:
05. [도형의 방정식] 공간에서 직선, 평면과 구의 방정식	이름:

학습목표: 공간에서 직선, 평면과 구의 방정식을 이해할 수 있다.

공간 상에서의 직선의 방정식도 평면 상에서의 직선의 방정식과 비슷하게 나타낸다.

정리 | 좌표 공간에서 직선의 방정식(1)

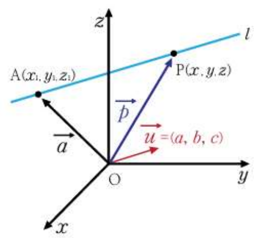
점 $A(x_1, y_1, z_1)$을 지나고 영벡터가 아닌 벡터 $\vec{u}=(a,b,c)$에 평행한 직선 위의 임의의 점을 $P(x,y,z)$라 할 때, 그 직선의 방정식은 다음과 같다.

①_______로 나타낸 직선의 방정식

$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{OP}=\vec{p}$라고 하면, ______________________________

(단, t는 실수)

② 매개변수 t로 나타낸 직선의 방정식 (단, t는 실수)



정리 | 좌표 공간에서 직선의 방정식(2)

① 점 $A(x_1, y_1, z_1)$을 지나고, 벡터 $\vec{u}=(a,b,c)$에 평행한 직선의 방정식은

: ________ = ________ = ________ (단, $abc \neq 0$)

② 두 점 $A(x_1, y_1, z_1)$, $B(x_2, y_2, z_2)$를 지나는 직선의 방정식은

(단, $x_1 \neq x_2$, $y_1 \neq y_2$, $z_1 \neq z_2$)

문제

좌표공간에서 점 $A(1, -1, 0)$을 지나고, 다음 직선과 평행한 직선의 방정식을 구하여라.

(1) $\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-3}{5}$

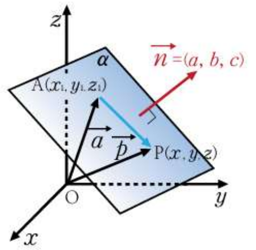
(2) $\begin{cases} x = t+1 \\ y = -2t-4 \\ z = 3t+5 \end{cases}$ (단, t는 실수)

좌표공간에서 한 점을 지나고 한 벡터에 수직인 평면은 유일하게 결정된다. 그러므로, 평면이 지나는 한 점과 평면에 수직인 벡터가 주어지면 평면의 방정식을 구할 수 있다.

정리	평면의 방정식

점 $A(x_1,y_1,z_1)$을 지나고, 벡터 $\overrightarrow{n}=(a,b,c)$에 수직인 평면 α의 방정식은

α : ____이다.



정의	평면의 법선벡터

점 $A(x_1,y_1,z_1)$을 지나고, 벡터 $\overrightarrow{n}=(a,b,c)$에 수직인 평면 α에 대해,

벡터 $\overrightarrow{n}$을 평면 α의 ______________라 한다.

문제	

좌표공간에서 점 $A(-1,2,-2)$를 지나고, 법선벡터가 다음과 같은 평면의 방정식을 구하여라.

(1) $\overrightarrow{n}=(1,3,-1)$ (2) $\overrightarrow{e_1}$

문제	

좌표공간에서 다음 평면의 방정식을 구하여라.

(1) 점 $A(2,-1,2)$를 지나고, 법선벡터가 $\overrightarrow{n}=(2,1,-3)$인 평면

(2) 점 $A(2,-3,5)$를 지나고, 직선 $\dfrac{x+2}{-1}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z+1}{2}$에 수직인 평면

평행하지 않은 두 평면이 만나서 생기는 직선은 유일하게 결정된다. 평행하지 않은 두 평면이 만나서 생기는 직선의 방정식을 구해 보자.

문제	

좌표공간에서 다음 두 평면 α, β이 만나서 생기는 직선의 방정식을 구하여라.

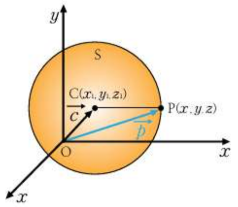
$$\alpha : 3x+2y-4z-1=0, \quad \beta : x+y-z-5=0$$

좌표평면에서 벡터를 이용하여 원의 방정식을 구했듯이, 좌표공간에서 벡터를 이용하여 구의 방정식을 다음과 같이 구할 수 있다.

정리	구의 방정식

중심이 $C(x_1, y_1, z_1)$이고 반지름의 길이가 r인 구의 방정식은 다음과 같이 나타낸다.

____



2026. 1학기. 학교연합 공동교육과정 고급수학I	학교:
06. [도형의 방정식] 도형의 위치 관계	이름:

학습 목표: 벡터를 이용하여 공간에서 도형의 위치 관계를 이해할 수 있다.

직선의 방향벡터를 이용하여 두 직선이 평행 또는 수직일 조건을 쉽게 구할 수 있다.

정리	좌표 평면에서 두 직선의 평행·수직 조건
두 직선 l_1, l_2의 방향벡터가 각각 $\overrightarrow{u_1} = (a_1, b_1), \overrightarrow{u_2} = (a_2, b_2)$일 때, ① (평행 조건) $l_1 \parallel l_2 \Leftrightarrow$ ________________ $\Leftrightarrow$ ________________ ② (수직 조건) $l_1 \perp l_2 \Leftrightarrow$ ________________ $\Leftrightarrow$ ________________	

정리	좌표 공간에서 두 직선의 평행·수직 조건
두 직선 l_1, l_2의 방향벡터가 각각 $\overrightarrow{u_1} = (a_1, b_1, c_1), \overrightarrow{u_2} = (a_2, b_2, c_2)$일 때, ① (평행 조건) $l_1 \parallel l_2 \Leftrightarrow$ ________________ $\Leftrightarrow$ ________________ ② (수직 조건) $l_1 \perp l_2 \Leftrightarrow$ ________________ $\Leftrightarrow$ ________________	

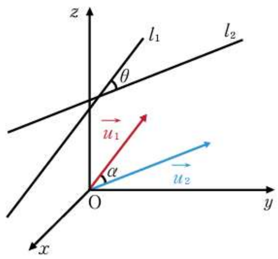
문제	
좌표공간에서 두 직선 l_1, l_2의 방정식이 다음과 같을 때, 물음에 답하여라. $l_1 : \frac{2-x}{3} = \frac{y-1}{k} = \frac{z}{6},\ l_2 : x = \frac{y}{-3} = \frac{z-5}{-2}$ (1) 두 직선 l_1, l_2가 서로 평행하도록 하는 상수 k의 값은? (2) 두 직선 l_1, l_2가 서로 수직이 되도록 하는 상수 k의 값은?	

직선의 방향벡터를 이용하면 좌표평면 및 좌표공간에서 두 직선이 이루는 각을 구할 수 있다.

정리	두 직선이 이루는 각의 크기

좌표공간에서 두 직선 l_1, l_2의 방향벡터가 각각
$\overrightarrow{u_1} = (a_1, b_1, c_1)$, $\overrightarrow{u_2} = (a_2, b_2, c_2)$일 때, 두 벡터 $\overrightarrow{u_1}$, $\overrightarrow{u_2}$가 이루는 각(단, 예각)을 α, 두 직선 l_1, l_2가 이루는 각을 θ라 하면 다음이 성립한다.

$$\cos\theta = \frac{\qquad\qquad}{\qquad\qquad} = \frac{\qquad\qquad}{}$$



문제	

좌표공간에서 두 직선 l_1, l_2이 이루는 각의 크기를 구하여라.

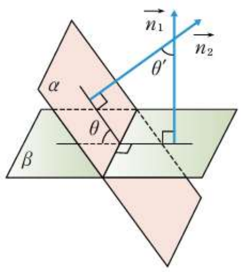
$$l_1 : \frac{x+1}{2} = y-2 = z, \quad l_2 : x-1 = \frac{y-2}{2} = 3-z$$

두 평면이 이루는 각을 구할 때는 평면의 법선벡터를 이용한다.

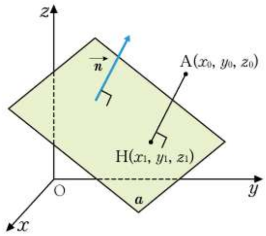
정리	두 평면이 이루는 각의 크기

좌표공간에서 두 평면 α, β의 법선벡터가 각각 $\overrightarrow{n_1}, \overrightarrow{n_2}$일 때,
두 평면 α, β가 이루는 각의 크기를 θ,
두 법선벡터 $\overrightarrow{n_1}, \overrightarrow{n_2}$가 이루는 각의 크기를 θ'라 하자.
그러면 다음이 성립한다.

__________ = __________ =



좌표 공간에서 한 점과 평면 사이 거리를 구해 보자.

정리	점과 평면 사이 거리
좌표공간에서 점 $A(x_0,y_0,z_0)$과 평면 $ax+by+cz+d=0$사이의 거리는 다음과 같다. 	

(증명) 점 A에서 평면에 내린 수선의 발을 $H(x_1,y_1,z_1)$라 하자. 벡터 $\overrightarrow{AH}$와 평면의 법선벡터 $\vec{n}=(a,b,c)$는 서로 평행하므로 $\overrightarrow{AH}=t\vec{n}$을 만족하는 실수 t가 존재한다. 따라서, $(x_1-x_0,y_1-y_0,z_1-z_0)=(at,bt,ct)$(:①) 이다. 한편, 점 H는 평면 위의 점이므로, $ax_1+by_1+cz_1+d=0$ (:②). 식 ①,②을 연립하면,

$t=-\dfrac{ax_0+by_0+cz_0+d}{a^2+b^2+c^2}$이다. 따라서, (점과 평면 사이 거리) = $|\overrightarrow{AH}|=|\overrightarrow{AH}|=|t\vec{n}|=\sqrt{a^2+b^2+c^2}|t|$

$=\dfrac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$이다.

문제	
점 $A(2,3,0)$과 평면 $2x-y+2z-10=0$사이의 거리를 구하여라.	