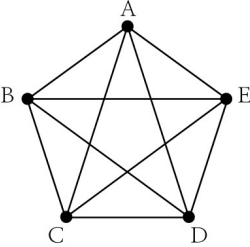
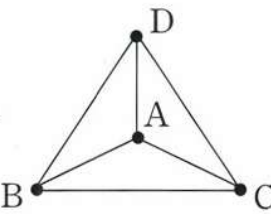


2026. 1학기. 학교연합 공동교육과정 고급수학I	학교:
14. [그래프] 그래프의 뜻	이름:

학습목표: 그래프의 뜻을 이해할 수 있다.

정의	그래프
그래프 : <u>점</u> 과 <u>선</u> 으로 이루어진 도형 └ 꼭짓점 ─┬ 변 (edge) (vertex)	

문제	
아래 그래프에서 꼭짓점 집합 V 와 변 집합 E 를 구하시오. (1)  (2) 	

생략.

문제	
다음 그래프를 그리시오. (1) $V = \{A, B, C, D\}$, $E = \{AB, AC, AD, BC\}$ (2) $V = \{A, B, C, D, E\}$, $E = \{AC, CD, DE\}$	

생략.

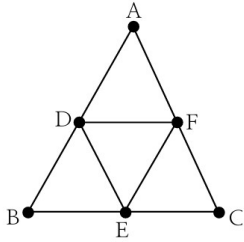
정리	
그래프 $G(V, E), G'(V', E')$ 에 대해,	
$G(V, E) = G'(V', E')$ (같은 그래프) $\Leftrightarrow V = V', E = E'$	

↳ 그래프에서 꼭짓점 위치를 바꾸거나 변의 길이를 늘이거나 줄이거나 변을 구부려도 두 그래프는 같은 그래프이다.

예	
아래 그림과 같은 그래프를 보기에서 모두 고르시오.	

2026. 1학기. 학교연합 공동교육과정 고급수학I	학교:
15. [그래프] 꼭짓점 차수 합과 변의 개수 관계	이름:

정의	
한 그래프 $G(V, E)$ 의 한 꼭짓점 A 에 대해, 꼭짓점 A 의 <u>차수</u> : A 에 연결된 <u>변</u> 의 개수 $= d(A)$	

예	
아래 그래프에서 꼭짓점 A, D 의 차수는?  $d(A) = 2$ $d(D) = 4$	

정리	
그래프의 모든 꼭짓점 <u>차수</u> 의 합은 그래프의 변의 개수 합의 <u>2</u> 배이다.	

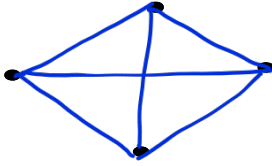
직관적으로 이해!

정의	
G : <u>완전 그래프</u> $\Leftrightarrow$ 서로 다른 두 꼭짓점 사이에 항상 <u>변</u> 존재	

아래는 완전 그래프 K_5 의 예이다.

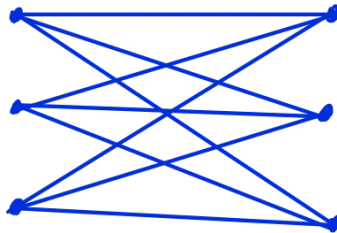
K_5

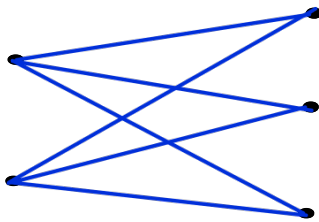


문제	
아래 꼭짓점들에 변을 이어서 완전 그래프를 완성하시오.	
	

정의	
1) G : <u>이분 그래프</u> $\Leftrightarrow$ ① $V = V_1 \cup V_2, V_1 \cap V_2 = \emptyset$ ② V_1 에 속하는 꼭짓점끼리 잇는 변은 존재하지 않는다. ③ V_2 에 속하는 꼭짓점끼리 잇는 변은 존재하지 않는다.	
2) 특히, 이분그래프 중에서도, 변의 개수가 가장 많은 그래프를 <u>완전 이분 그래프</u> 라고 하고, 라고 쓴다. (m : V_1 의 꼭짓점 개수, n : V_2 꼭짓점 개수)	

아래는 완전 이분 그래프 $K_{3,3}$ 의 예이다.



문제	
아래 꼭짓점들에 변을 이어서 완전 이분 그래프 $K_{2,3}$ 를 완성하시오.	
	

이분그래프는 어디에 소위까?

문제	PCB설계에서, 세 IO Node1,2,3은 모두 전원, 접지(Ground), 클럭(Clock)에 전선으로 연결되어야 한다. 어플을 이용하여 전선을 연결하시오. (단, 전선과 전선이 서로 교차하거나 만나서는 안 된다.)
----	--

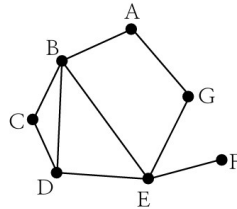
어플명: Voltsim

2026. 1학기. 학교연합 공동교육과정 고급수학I	학교:
16. [그래프] 인접행렬	이름:

학습목표: 그래프를 인접행렬로 나타내고 그 성질을 이해할 수 있다.

정의	
경로 (path) : 한 그래프의 한 꼭짓점에서 다른 꼭짓점으로 이동 시, ① 한 번 지난 변을 반복하지 않으면서, ② 순서대로 꼭짓점을 나열한 것	

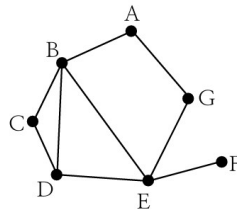
예	
아래 그래프에서 A에서 F로 가는 경로를 모두 구하시오.	



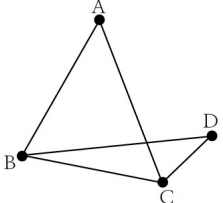
$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F$
 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow F$
 $A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F$
 $A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow F$

정의	
회로 : 한 꼭짓점에서 출발하여 출발한 꼭짓점으로 돌아오는 경로	

예	
아래 그래프에서 A에서 A로 돌아오는 회로를 모두 구하시오.	



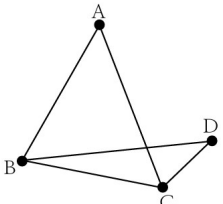
$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow G \rightarrow A$
 $A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow G \rightarrow A$
 $A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow G \rightarrow A$
 $A \rightarrow G \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow A$
 $A \rightarrow G \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow A$
 $A \rightarrow G \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$

예	
아래 그래프는 어느 나라의 네 도시 A, B, C, D 사이에 고속도로로 연결된 경우 변으로 연결하여 고속도로망을 나타낸 그래프이다. 물음에 답하시오.	
	
(1) A에서 A로 돌아오는 길이가 2인 회로를 모두 구하시오. $A \rightarrow B \rightarrow A, A \rightarrow C \rightarrow A$ (2) A에서 D로 가는 길이가 2인 경로를 모두 구하시오.	

$$A \rightarrow B \rightarrow D, A \rightarrow C \rightarrow D$$

위와 같은 문제는 아래에서 정의할 인접행렬을 통해 쉽게 구할 수 있다.

정의	
<u>인접행렬</u> : 어떤 그래프의 두 꼭짓점 v_1, v_2을 연결하는 변의 개수를 성분 a_{ij}로 하는 행렬	

예	
아래 그래프에 대해 물음에 답하시오.	
	
(1) 인접행렬 A를 구하시오. (2) A^2의 (1,1)성분을 구하고 이를 'A에서 A로 돌아오는 길이가 2인 회로 개수'와 비교하시오. (3) A^2의 (1,4)성분을 구하고 이를 'A에서 D로 가는 길이가 2인 경로 개수'와 비교하시오.	

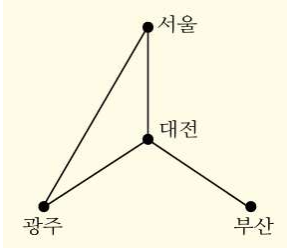
$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} A & B & C & D \end{matrix} \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

$$(2) A^2 \text{의 } (1,1) \text{ 성분} \\ \therefore (0 \ 1 \ 1 \ 0) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 2. \text{ 같음.}$$

$$(3) A^2 \text{의 } (1,4) \text{ 성분} \\ \therefore (0 \ 1 \ 1 \ 0) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 2. \text{ 같음.}$$

위 내용을 일반화해 보자.

정리	
그래프 $G(V, E)$ 의 인접행렬을 A 라 할 때, 다음이 성립한다.	

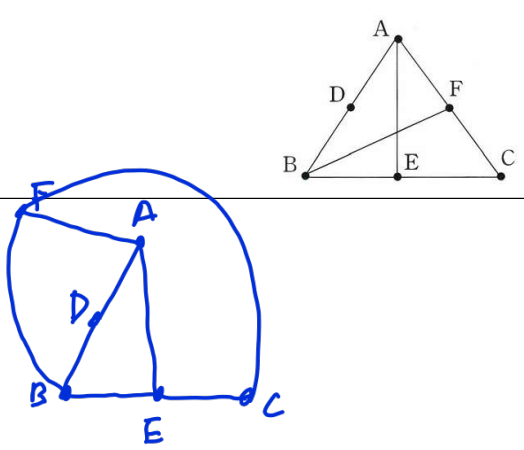
문제	
다음 그래프는 서울, 부산, 광주, 대전 사이의 도로망을 나타낸 것이다. 대전에서 출발하여 두 도시를 거쳐 대전으로 돌아오는 방법의 수를 구하여라.	
	

스승!

2026. 1학기. 학교연합 공동교육과정 고급수학I	학교:
17. [그래프] 평면그래프	이름:

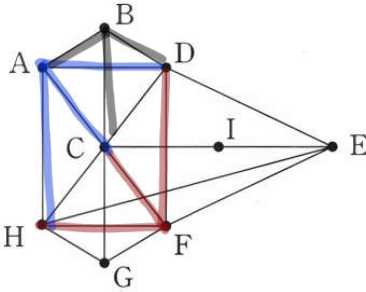
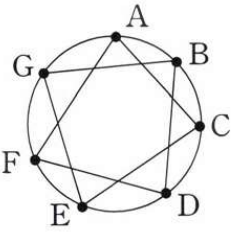
정의	연결된 그래프
그래프 내의 임의의 두 꼭짓점 사이에 경로가 존재하면 이를 연결된 그래프라고 한다.	

정의	평면그래프
변이 서로 <u>교차</u> 하지 않도록 <u>평면</u> 에 그릴 수 있는 그래프를 <u>평면그래프</u> 라고 한다.	

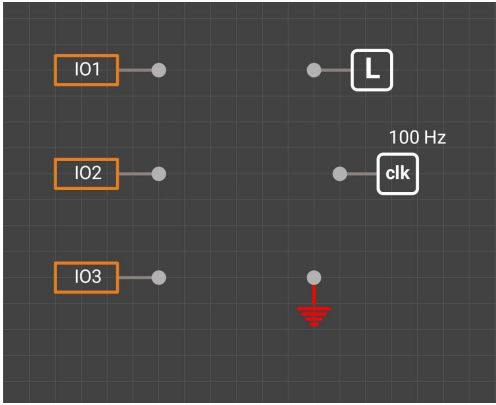
예	평면그래프
다음 그래프가 평면그래프임을 보이시오.	
	

그래프의 꼭짓점과 변이 많아지면 주어진 그래프가 평면그래프인지 아닌지를 판단하기 쉽지 않다. 이 책의 수준을 넘어 여기서 증명할 수는 없지만 다음 정리를 이용하면 보다 쉽게 평면그래프인지 아닌지를 판단할 수 있다.

정리	쿠라토프스키 정리
그래프 G 가 <u>평면그래프</u> 가 아니다	
$\Leftrightarrow G$ 가 K_5 나 $K_{3,3}$ 와 동형인 그래프를 부분적으로 포함한다.	

문제	
다음 그래프가 평면그래프인지 여부를 판단하여라.	
(1)	(2)
	

*K_{3,3}를 포함하므로
평면그래프가 아니다.*

문제	
PCB설계에서, 세 IO Node1,2,3은 모두 전원, 접지(Ground), 클럭(Clock)에 전선으로 연결되어야 한다. 단, 전선과 전선이 서로 교차하거나 만나서는 안 된다. 이 작업이 가능하겠는가? 가능하다면 그래프로 나타내고, 불가능하다면 이유를 설명하시오.	
	

문 제	
PCB설계에서, 평면 설계가 불가능할 때 사용하는 공학적 기술에 대해 조사해 봅시다. (키워드: via, pcb cross section)	