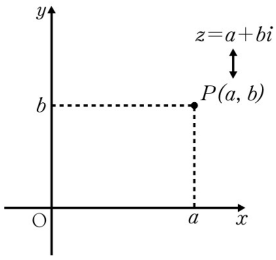
2026. 1학기. 학교연합 공동교육과정 고급수학I	학교:
16. [복소수와 극형식] 복소평면, 복소수의 극형식	이름:

학습목표: 복소평면을 이해할 수 있다.
복소수의 극형식을 이해하고, 복소수를 극형식으로 나타낼 수 있다.
복소수의 극형식의 유용성을 인식할 수 있다.

정의	복소평면
__________ : 복소수 $a+bi$(단, a,b는 실수)를 점 $P(a,b)$에 대응시킨 평면 (x축을________ , y축을 __________ 이라 한다.)	



문제	
다음 복소수를 복소평면 위에 나타내시오. (1) $1-2i$ (2) 5 (3) $3i$	

정의	복소수의 절댓값
복소수 $z=a+bi$(a,b는 실수)에 대해, ____________________ 와 같이 정의한다.	

정의	복소수의 극형식

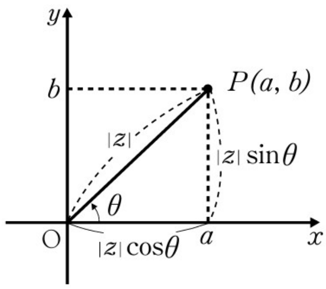
복소평면 위의 0이 아닌 복소수 $z=a+bi$(단, a, b는 실수)에 대해,

복소수 z의 __________ : ________________________

└ r :복소평면에서 O와 $P(z)$사이 거리 ($\therefore r=$ ________________)

└ θ :복소평면에서 선분 OP와 실수축의 양의 방향의 교각의 크기

(이 각 θ를 z의 ________이라 하고 ____________라고 쓴다.)



예	

복소수 $z=-1+i$를 극형식으로 나타내시오.

문제	

다음 복소수를 극형식으로 나타내시오.

(1) $1+\sqrt{3}i$ (2) $-2-2i$

문제	
극형식으로 표현된 다음 복소수를 $a+bi$ 꼴로 나타내시오. (1) $z = -2\left(\cos\frac{2\pi}{3} - i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$ (2) $z = \sqrt{3}\left(\cos\frac{7\pi}{3} + i\sin\frac{7\pi}{3}\right)$	

정리	오일러 공식(Euler's Formula)
절댓값이 1이고 편각이 θ인 복소수 $\cos\theta + i\sin\theta$를 단위 복소수라고 하고, 기호로 ________라고 나타낸다고 알려져 있다. 즉, ______________________________ (오일러 공식) 이다. 이에 따라, 절댓값이 r이고 편각이 θ인 복소수는 ________으로 나타낸다.	

(증명) 영상 참조 (https://cha-record.studio/eulerf/)

문제	

다음 복소수를 $a+bi$(단, a, b는 실수) 꼴로 나타내고, 좌표평면 위에 나타내시오.

(1) $e^{\frac{2\pi}{3}i}$

(2) $e^{\pi i}$

(3) $3e^{-\frac{4}{3}\pi i}$

(4) $2e^{-\frac{\pi i}{4}}$

예	
다음은 복소수 $z_1 = 2e^{\frac{2}{3}\pi i}$ 와 $z_2 = 3e^{\frac{\pi i}{3}}$ 의 곱 $z_1 z_2$를 구하는 과정이다. 물음에 답하시오. (1) z_1, z_2를 모두 $a+bi$ 꼴로 나타낸 뒤, 이를 이용하여 $z_1 z_2$를 계산하시오. (2) z_1, z_2의 극형식을 이용하여 $z_1 z_2$를 계산하시오. (단, 복소수 지수에서도 지수법칙 성립) (3) (1),(2) 중 복소수 곱셈에 더 편리한 것은 무엇이라고 생각하는가??	

(1). 복소수 표현 $a+bi$ 이용	(2). 복소수 극형식 표현 $re^{i\theta}$ 이용

(3)

정리	복소수의 곱과 몫

두 복소수 $z_1 = r_1 e^{i\theta_1}$와 $z_2 = r_2 e^{i\theta_2}$에 대해 다음이 성립한다.

(1) 곱 $z_1 z_2 =$ ______________________

(2) 몫 $\dfrac{z_1}{z_2} =$ ______________________

문제	교류 전류 구하기

전압이 V (크기 100, 위상 30°), 회로의 임피던스(저항)가 $Z = \dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2} i$인 교류 전류 I를 구하시오.

note. 옴의 법칙 :

풀이1. 복소수 표현 $a+bi$ 이용	풀이2. 복소수 극형식 표현 $re^{i\theta}$이용

실제 공학수학 풀이

면접대비	
교류 전류 구하기 문제 상황에서 알 수 있는 복소수 극형식 표현의 장점은 무엇이라고 생각하나요? 자신의 생각을 정리해 봅시다.	

2026. 1학기. 학교연합 공동교육과정 고급수학I	학교:
17. [복소수와 극형식] 드 무아브르 정리	이름:

앞서, 복소수의 극형식이 두 복소수의 곱셈과 나눗셈에 유용함을 배웠다. 만약 큰 유용함을 느끼지 못했다면 곱 또는 몫의 횟수를 늘릴수록 그 유용성을 더 크게 체감할 수 있을 것이다.

정리	드 무아브르 정리
복소수 $z = re^{i\theta}$와 임의의 정수 n에 대하여 다음이 성립한다. ______________________________	

(증명)

1) n이 자연수일 때, ______________으로 증명 가능하다(생략)

2) $n = 0$일 때, $z^n = z^0 = 1 = 1 \times 1 = r^0 \times e^{i\theta \times 0} = r^n \times e^{in\theta}$ 성립.

3) n이 음의 정수일 때, $1 = \left(e^{i\theta}\right)^n \left(e^{i\theta}\right)^{-n} = e^{in\theta}\left(e^{i\theta}\right)^{-n}$이므로, $\left(e^{i\theta}\right)^{-n}$은 $e^{in\theta}$의 곱셈에 대한 역원.
따라서, $\left(e^{i\theta}\right)^{-n} = e^{-in\theta}$이다. 이하 생략.

예	
$(\sqrt{3} - i)^{18}$을 계산하여라.	

풀이1. 일일이 제곱	풀이2. 이항정리 이용
풀이3. 드 무아브르 정리 이용	

문제	

다음 복소수를 간단히 하여라.

(1) $\left(-1-\sqrt{3}i\right)^{9}$

(2) $(1-i)^{15}$

(3) $\left\{\sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{14}+i\sin\frac{\pi}{14}\right)\right\}^{21}$

(4) $\left(\frac{1+i}{-\sqrt{3}+i}\right)^{12}$

문제	[전자공학] 신호 증폭기를 통한 신호 처리
어떤 신호 증폭기는 신호를 한 번 통과시킬 때마다 복소수 $H=\sqrt{3}+i$를 곱하게 되어 있다고 한다. 공학자가 최초 신호 $V_{in}=10\angle 0^{\circ}$를 크게 증폭시키기 위해 증폭기 6대를 직렬 연결할 때, 최종출력 신호 V_{out}을 구하시오.	

hint:

문제	[전자공학] 노이즈 캔슬링 구현

어떤 음향 작업에서의 위상 천이기(Phasor Shifter)의 스펙은 $H = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$라고 한다. 이 위상 천이기를 직렬로 몇 개 연결하면 노이즈 캔슬링 신호를 구현할 수 있겠는가?

hint: $V_{out} =$ ________________ 이 되는 자연수 n을 찾으면 된다.

면접대비	

전자공학의 신호 처리 상황에서 알 수 있는 드 무아브르 정리의 유용성은 무엇이라고 생각하나요? 자신의 생각을 정리해 봅시다.

정리	대수학의 기본정리
복소수 계수를 갖는 ___차 다항식은 __________범위에서 ____________의 근을 갖는다. (따라서 _____개의 근을 갖는다.)	

증명생략

예	
삼차방정식 $z^3 = 1$의 근을 복소수 범위에서 모두 구하시오.	

정리	복소수 ω의 n제곱근
자연수 n에 대하여 복소수 $w = R(\cos\psi + i\sin\psi)$의 서로 다른 n제곱근은 $z_k =$ ________________ = ________________________________ 이다. (단, $k = 0, 1, 2, \cdots, n-1$)	

(증명)

문제	
복소수 1의 6제곱근을 복소수 범위에서 모두 구하고 복소평면에 나타내시오.	

문제	
복소수 $i+1$의 5제곱근을 복소수 범위에서 모두 구하고 복소평면에 나타내시오.	

면접대비	
자연수 계수 방정식의 근 중에는 자연수가 아닌 것이 있어 수를 유리수로 확장하였다.(:㉠) 유리수 계수 방정식의 근 중에는 유리수가 아닌 것이 있어 수를 실수로 확장하였다.(:㉡) 실수 계수 방정식의 근 중에는 실수가 아닌 것이 수를 복소수로 확장하였다.(:㉢) 물음에 답하시오. (1) ㉠~㉢에 알맞은 방정식의 예를 하나씩 쓰시오. ㉠: ______________________ ㉡: ______________________ ㉢: ______________________ (2) 복소수체계에서부터는 수 체계를 더 확장할 필요가 없는 이유는 무엇일까? 대수학의 기본정리와 인수 정리 등을 적절히 이용하여 본인의 생각을 논리적으로 적어보세요.	