

[대수] (수학적 귀납법) 주변 현상을 수열로 모델링하기 | 학번, 이름:

[1] 우리 주변에서 접할 수 있는 종류의 양을 하나 고르고, 빈 칸을 채워 양이 변하는 상황을 만들어 보자.

(예) 우리 교실 먼지의 양은 매일 100mL가 새로 생기고, 청소를 통해 매일 60% 감소한다.

(답안:) _____ 은 매 _____ (마다) _____ (증가/감소) 하고, _____ (증가 / 감소)한다.
(틀 없이 자유롭게 답안을 적고 싶으면 아래에 적을 것)

[2] [1]에서의 현상을 수열로 정의해 보자.

[3] [2]에서 얻은 수열이 등차수열도, 등비수열도 아님을 설명하시오.

[4] [2]에서의 수열의 처음 몇 개의 항을 구하고 그래핑계산기를 이용해 시각화하자.

<처음 몇 개의 항>	<시각화>

[5] [4]에서의 시각화 결과를 통해 추측하여, 모든 자연수 n 에 대해서 수열 $\{a_n\}$ 이 항상 성립할 방정식 또는 부등식을 추측하고, 이를 증명하시오.

방정식 또는 부등식:
증명:

[6] 이를 통해 얻을 수 있는 결론을 실제 현상의 맥락 속에서 서술하시오.

(예) 우리반 교실 먼지는 결코 500mL 이하로 줄어든 수 없다는 것을 알았다. 왜냐하면.... (중략) 따라서 청소를 통해 먼지 제거 비율을 더 올려야 한다.

[대수] (수학적 귀납법) 주변 현상을 수열로 모델링하기 | 학번, 이름:

학생답안에서

[1] 우리 주변에서 접할 수 있는 종류의 양을 하나 고르고, 빈 칸을 채워 양이 변하는 상황을 만들어 보자.

(예) 우리 교실 먼지의 양은 매일 100mL가 새로 생기고, 청소를 통해 매일 60% 감소한다.

(답안:) 구독자 수는 매월(마다) 10,000명(증가/감소) 하고, 20% (증가 / 감소)한다.

(틀 없이 자유롭게 답안을 적고 싶으면 아래에 적을 것)

내 채널 유튜브 구독자 수는 내가 영상을 꾸준히 올린 덕에 알고리즘을 타고 매달 10,000명 늘지만, 영상의 비슷한 패턴으로 인해 기존 구독자들이 흥미를 잃어 매달 20% 감소한다.

[2] [1]에서의 현상을 수열로 정의해 보자.

수열 $\{a_n\}$ 이 n 개월 차 내 채널 구독자 수라고 하자.

$a_1 = 100$ 이라 하자.

$a_1 = 100, a_{n+1} = (a_n + 10000) \times 0.8$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) 와 같이 귀납적으로 정의할 수 있다.

[3] [2]에서 얻은 수열이 등차수열도, 등비수열도 아님을 설명하시오.

$a_2 - a_1 = 8080 - 100 = 7980, a_3 - a_2 = 14464 - 8080 = 6384$ 이므로 $a_2 - a_1 \neq a_3 - a_2$

따라서, 등차수열이 아니다. $\frac{a_2}{a_1} = \frac{8080}{100}, \frac{a_3}{a_2} = \frac{14464}{8080}$ 이므로, $\frac{a_2}{a_1} \neq \frac{a_3}{a_2}$. 따라서 등비수열도 아니다

[4] [2]에서의 수열의 처음 몇 개의 항을 구하고 그래프계산기를 이용해 시각화하자.

<처음 몇 개의 항>

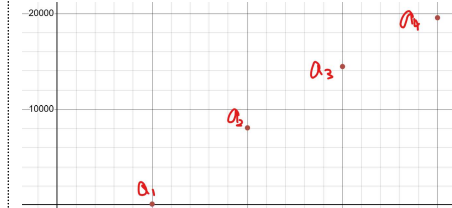
$a_1 = 100$

$a_2 = 8080$

$a_3 = 14464$

$a_4 = 19571.2$

<시각화>



[5] [4]에서의 시각화 결과를 통해 추측하여, 모든 자연수 n 에 대해서 수열 $\{a_n\}$ 이 항상 성립할 방정식 또는 부등식을 추측하고, 이를 증명하시오.

방정식 또는 부등식: 모든 자연수 n 에 대해 $a_n < 50000$ 이다.

$n = 1$ 일 때 성립(생략)

$n = k$ 일 때 성립한다고 가정하면 $a_k < 50000$ 이다.

$n = k + 1$ 이면,

$$a_{k+1} = (a_k + 10000) \times 0.8 < (50000 + 10000) \times 0.8 = 60000 \times \frac{8}{10} = 48000 < 50000$$

따라서, 수학적귀납법에 의해, 모든 자연수 n 에 대해, $a_n < 50000$ 이다.

[6] 이를 통해 얻을 수 있는 결론을 실제 현상의 맥락 속에서 서술하시오.

(예) 우리반 교실 먼지는 결코 500mL 이하로 줄어들 수 없다는 것을 알았다. 왜냐하면.... (중략) 따라서 청소를 통해 먼지 제거 비율을 더 올려야 한다.

이 패턴대로라면, 구독자 수는 꾸준히 증가하겠지만 50000명을 넘을 수 없다는 결론을 얻었다. 구독자 수 증가를 위해 매일 유입되는 구독자 수를 1만명에서 더 늘리던지, 아니면 영상을 다각화하여 이탈자 비율을 20%에서 더 줄여야한다는 결론을 얻을 수 있다.